本郷中学校　令和２年度

第２回入試　算数解説

SNSへの転載や出力したものを

オークションで転売することは

おやめください。

令和２年10月３日

作成　本郷学園生徒会中央委員会

～初めに～

皆さんこんにちは。中学１年生の冨田将斗です。

皆さんは算数に対してどのようなイメージを持っているでしょうか。

何事も楽しいと思えたら得意になれます。算数に対して苦手意識をもっている方、算数を一律に苦手と括らないでください。一つでもいいので算数の面白い点を探してください。見つかったらそこから学習を深めていきましょう。きっと算数が好きになれます。仮にどこも面白くなかったら一つ分野を決め、そこは自分の得意な部分だと思ってみましょう。人の脳は思い込みに弱いです。得意だと思い続けるといつか本当に得意になるかも　・ｖ・

問題構成

$\boxed{1}$計算問題　　ここは取っておきたい。

$\boxed{2}$一行問題　　できれば１ミスまでが良い

$\boxed{3}$数列 ⑴は絶対取る。⑵はできれば取りたい。

$\boxed{4}$立体図形　　⑴は絶対取る。⑵はとってもいいが捨ててもいいかな、、、

$\boxed{5}$点の移動　　⑴は絶対取る。⑵も取れれば取る⑶は捨てても良し

$\boxed{6}$思考問題　　出来るなら２問以上正解したい全滅は避けたい。

$\boxed{1}$計算問題

(1)$4-\left(0.375\div\frac{1}{4}+0.25\times 4\right)\div 3\frac{1}{2}\div\frac{5}{8}$

$=4-\left(\frac{3}{8}\times 4+\frac{1}{4}\times 4\right)\div\frac{7}{2}\times\frac{8}{5}$

$=4-\left\{\left(\frac{3}{8}+\frac{1}{4}\right)\times 4\right\}\times\frac{2}{7}\times\frac{8}{5}$

$=4-\frac{5}{2}\times\frac{2}{7}\times\frac{8}{5}$

$=4-\frac{8}{7}$

$=\frac{20}{7}$または$2\frac{6}{7}$

(2)$\left(5\div\frac{5}{3}-■\right)\div 2-0.125=1\div\frac{2}{3}\div 4$

この式を簡単にします。

すると$(3-■)\div 2-\frac{1}{8}=1\times\frac{3}{2}\times\frac{1}{4}$となります。

よって$(3-■)\times\frac{1}{2}-\frac{1}{8}=\frac{3}{8}$

$\frac{3}{8}+\frac{1}{8}=(3-■)\times\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}=(3-■)\times\frac{1}{2}$

両辺に 2 をかけて、$3-■=1$

よって答えは$■=2$

$\boxed{2}$一行問題

⑴ 《解説》

まず、長椅子の脚数を①として式をたてます。

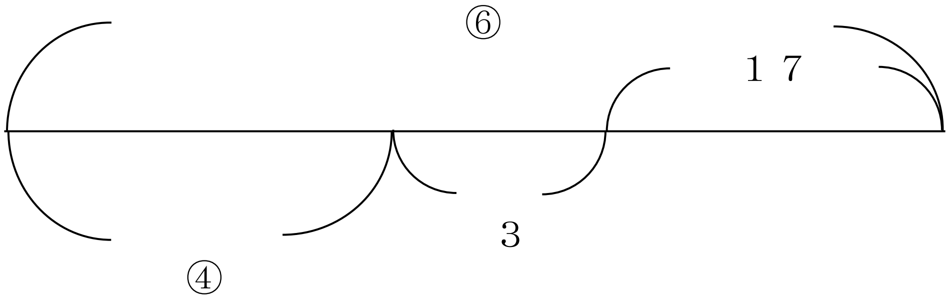
すると、生徒の人数は 4 人ずつ座る場合は$4\times ①+3$（人）

6 人ずつ座る場合は$6\times ①-5-6\times 2$（人）

と表せます。上記の式を整理にして、「＝」でつなぎます。

$④+3=⑥-17$

ここでは差集め算を使って解きます。



この図からわかる通り⑥－④＝17＋3　　②＝20

＝20　　①＝10

10×4＋3＝43　　答え 43 人

⑵ 《解説》

この問題は二通りの考え方があります。

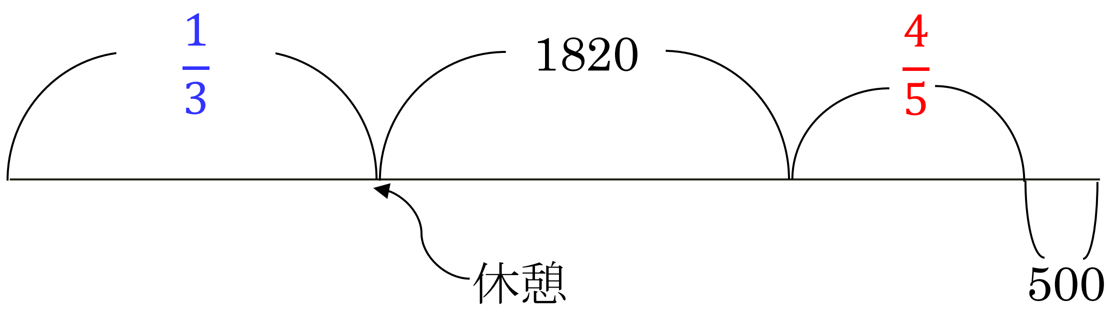
① 状況図で解く(いわゆる線分図)

② ダイヤグラム

個人の解き方を否定するわけではありませんが、②で解く方は図形が得意であったほうが解きやすいと思います。また、図形があまり得意ではない方は、

①のほうが個人的な意見としておすすめです。ご参考までに。

今回は①で解きます。



A 君の動きを図式化してみました。では解いていきましょう。

まず$\frac{4}{5}$　に目を着けます。$\frac{4}{5}$とは残りの道の$\frac{4}{5}$なので、500m とは$\frac{1}{5}$になります。

すると 1＝500×5

　　　　＝2500 になります。

すると休憩後に進んだ距離は 1820＋2500＝4320m となります。

休憩前は全体の$\frac{1}{3}$の距離を進んだので、休憩後は全体の$\frac{2}{3}$の距離だけ進みます。

ということは全体の$\frac{2}{3}$の距離が 4320m だとわかります。

つまり$4320 \div \frac{2}{3} = 4320 \times \frac{3}{2}$

　　　　　$= 6480$mが全体の距離だとわかります。

最初から毎分 180m で進むと$6480 \div 180 = 36$分かかるので、答えは 36 分。

⑶ 《解説》

最初に容器Ｂに入っている食塩水の濃度を a%とします。

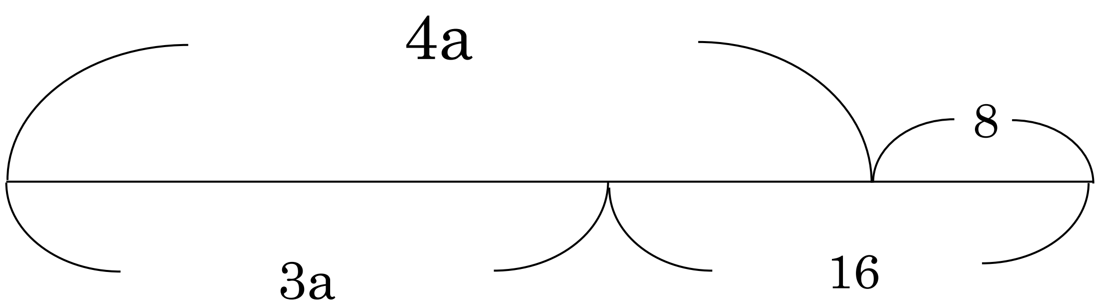
A から 400ｇ、Bから 300ｇ混ぜた食塩水の濃度とAから 100ｇ、Bから 200ｇ、水を 50ｇ混ぜた食塩水の濃度は等しいので＝で結びます。

まず濃度が等しいので両方の食塩水の食塩の重さは両方の食塩水の全体量の比に等しくなります。両方の食塩水の重さの比は 2：1 なので、両方の食塩水に含まれている食塩の重さも 2:1 となります。これらのことを式で表すと、

$$400\times\frac{4}{100}+300\times\frac{a}{100}=\left(100\times\frac{4}{100}+200\times\frac{a}{100}\times 2\right)$$

$$16+3a=4+4a$$

この式を差集め算で解くと、



16－8＝4a－3a

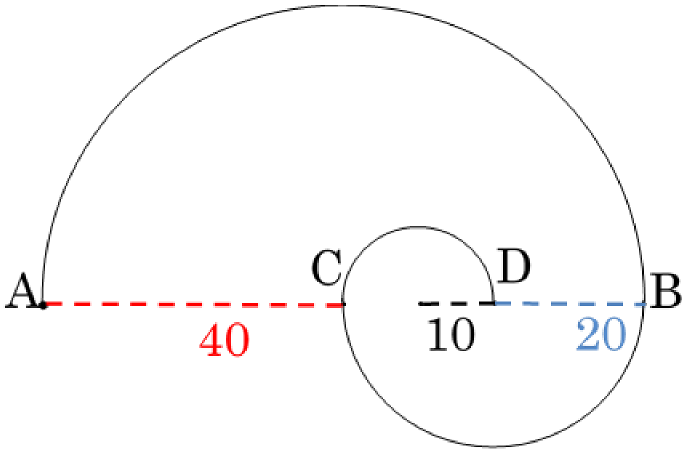
8＝a　容器 B に入っている食塩水の濃度は 8%とわかる。

容器 A から 300ｇ、容器 B から 500g 混ぜると

$300\times\frac{4}{100}+500\times\frac{8}{100}=52$ ｇ→全体に含まれる食塩の重さ

52÷800×100＝6.5　　　　答え 6.5%

⑷《解説》



この問題は非常に厄介です。

では順番に円の動きを見ていきます。

まず弧 AB を外側へすべらせます。

よって動いたときにできる半円の半径は 45 ㎝になります。

次に弧 BC を外側へすべらせます。よって動いたときにできる半円の半径は 25 ㎝となります。

次に弧 CD を外側へすべらせます。よって動いたときにできる半円の半径は 15 ㎝となります。

次は点 D で半径 5 ㎝の円自身が方向転換をし、半径 5 ㎝の半円を描きます。

次は弧 CD を内側へすべらせます。よって動いたときにできる半円の半径は 5 ㎝になります。

次は弧 BC を内側へすべらせます。よって動いたときにできる半円の半径は 15 ㎝になります。

次は弧 AB を内側へすべらせます。よって動いたときにできる半円の半径は 35 ㎝になります。

最後は点 A で半径 5 ㎝の円自身が方向転換をし半径 5 ㎝の半円を描きます。

これまでに出てきた半円の半径は

45、25、15，5、5、15、35、5 になります。

通った長さを求めるので、半円の直径の合計を 3.14 にかけてもいいですが、

どうせ全部半円なので、最後に÷2するよりも最初から半径をかけて÷2の手

間を省きましょう。

(45＋25＋15＋5＋5＋15＋35＋5)×3.14＝150×3.14

＝471　　　答え 471 ㎝

⑸《解説》

この問題は約数に関する問題です。

40▽ x ＝4 とは 40 を x で割った余りが 4 ということです。

ということは x は 36(＝40－4)の約数だということです。

36 の約数は 1、2、3、4、6、9、12、18、36 です。

このうち、4 の余りが出るので 1、2、3、4 の 4 つは不適です。

残りは 6、9、12、18、36 の 5 つです。　　　　答え 5 個

$\boxed{3}$数列

⑴ 《解説》

この問題は絶対に取りましょう。

1000 までの整数の中に 3 の倍数が何個あるかを求めるので

$1000 \div 3 = 333 \cdots 1$　よって答え333個です。

⑵《解説》

これは、場合分けをして考えます。

3の倍数の中で7という数字を含むものは大きく分けて3種類あります。

・1の位に7がある。

・10の位に7がある。

・100の位に7がある。

この3つです。まず1パターン目です。

3の倍数を並べていくと、3、6、9、12、15、18、21、24、27、・・・

となります。ここで数字中に7という数字が含まれる数がでてきました。27です。

これ以降に7が入る3の倍数は27、57、87、117…

と続きます。よく見ると30おきに現れます。

とすると、1000までの中に1000÷30＝33・・・10

よって33個あります。

続いて2パターン目です。10の位に7がある数を書き出していきましょう。

72、75、78、171、174、178、270、273、276、279：10個

これは、300までに存在する、10の位に7を含む3の倍数を書き出したものです。これらに300の倍数を足しても、10の位に7を含む3の倍数にな

ります。

300、600 を足しても 10 の位に 7 があるので 10×3＝30 個

さらに、900 以上 1000 以下の数は 972、975、978 の 3 個あるので、

30＋3＝33 個

よって、10 の位に 7 を含む 3 の倍数は 1000 以内に 33 個あります。

最後は 3 パターン目です。100 の位に 7 がある、3 の倍数は 700 代しかありません。$(799 - 699) \div 3 = 33$個あまり 1

よって 33＋33＋33＝99　　　　　　　　　答え 99 回

ちなみに下の表はこの考えをまとめたものです。

7 を含む数	具　体　例	合　計
1 の位に 7 がある時	27・57・87・117・147・・・・・・・・・・987	33 個
10 の位に 7 がある時	72・75・78・171・174・・・・・・・・・・978	33 個
100 の位に 7 がある時	703・706・709・712・715・・・・・・・・798	33 個

(※777 は 7 を数字中に 7 を含む数として 1 個分と考えず、

問題文で書いてあるように何回かいたかをカウントするので

3 回分としてカウントします。)

$\boxed{4}$立体図形

⑴《解説》

この問題は直方体の体積を求める問題です。

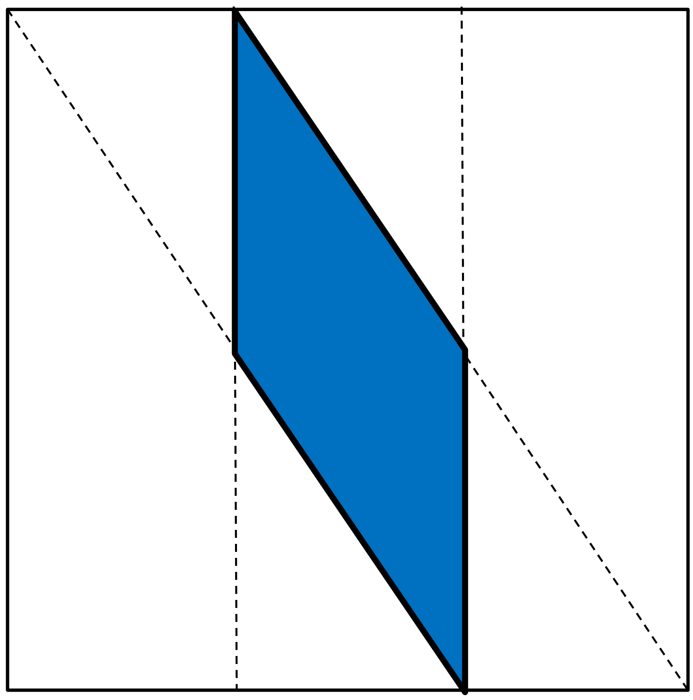
よって、3×3×9＝81 ㎤です。　　　　　　　　　　答え 81 ㎤

⑵《解説》

これは少し高度なことが求められます。

この問題の最大のポイントは立体の平面化です。

まず、立方体を正面から見た図を考えます。



上記の図が正面から見た、立方体です。青くなっているのは、重なっている部分を正面から見た図です。位青い部分の立体は斜線部(ア)と(イ)を上下の面として持つ直方体の中にあります。つまりこれは、底面が 1 辺 3cm の正方形の三角錐 2 つを上下に重ねた、立体です。あとは体積を求めます。

3×3×9÷3＝27 ㎤　　　　　　　　　　答え 27 ㎤

5 点の移動

⑴《解説》

この問題のポイントは点Ｑの 20 秒後の位置です。点Ｑの各辺においての速さを求めます。ここで活躍するのが[図Ⅱ]のグラフです。

まず、点Ｑが最初に辺ＦＥ上を動くときの速さを求めます。最初の 6 秒間で点Ｐと点Ｑの動いた距離の差は 12 ㎝になっています。点Ｐは 6 秒間で 2×6＝12 ㎝動くので点Ｑは 12＋12＝24 ㎝進んだことになります。よって点Ｑは 24÷6＝毎秒 4 ㎝で辺ＦＥ上を進みます。

次に点Ｑが辺ＥＤ上を進んだ速さを求めます。

グラフを見ると 14 秒後のところで線が折れ曲がっています。

繰り返しになりますが点Ｐの速さは一定なので 14 秒後に点Ｑの速さが変わったことがわかります。14－6＝8 秒で辺ＥＤを進みます。

よって 24÷8＝毎秒 3 ㎝で辺ＦＥを進みます。

続いて、点Ｑが辺ＤＥ上を進む速さを求めます。

次にグラフが折れ曲がっている場所は 18 秒後です。

18－14＝4 秒で辺ＤＥを進んでいるので、速さは 24÷4＝毎秒 6 ㎝です。

最後は辺ＥＦ上を進む点Ｑの速さを求めます。これは⑴の答えにもなります。

18 秒の次に折れ曲がっている場所は 28 秒の部分です。よって 28－18＝10 秒で辺ＥＦ上を進みます。

つまり、24÷10＝毎秒 2.4 ㎝で進みます。

以上より 20 秒後の点Ｑの速さは毎秒 2.4 ㎝になります。

答え毎秒 2.4 ㎝

⑵《解説》

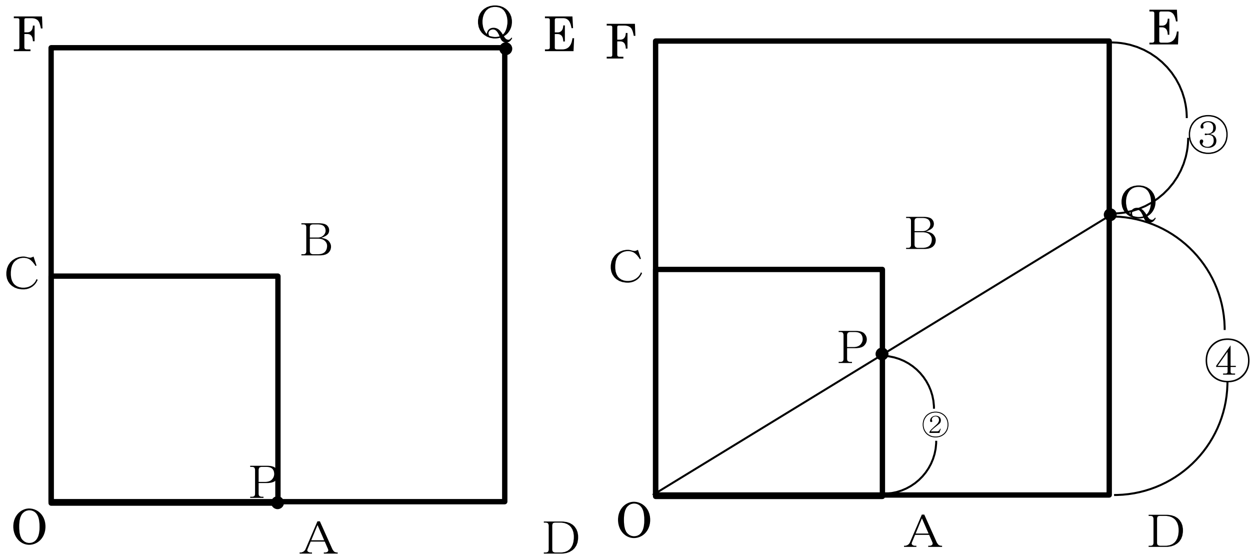
この問題は先に述べてしまうと相似が使えるかどうかにかかっています。

点Ｐと点Ｑの位置関係について調べます。

点Ｐと点Ｑはそれぞれ点Ｏ、点Ｆから出発し、6 秒後にはそれぞれ点Ａ、点Ｅに進みます。

　下の図が 6 秒後の様子です。

6 秒後



この状態から一直線上に並ぶタイミングを考えます。

まず、辺ＯＡと辺ＯＤの長さの比は 2：1 です。また点Ｐと点Ｑが一直線に並ぶとき、三角形ＯＤＱと三角形ＯＡＰは相似の関係になります。

よって三角形ＯＤＱと三角形ＯＡＰの相似比は２：１になります。

(上図参照)

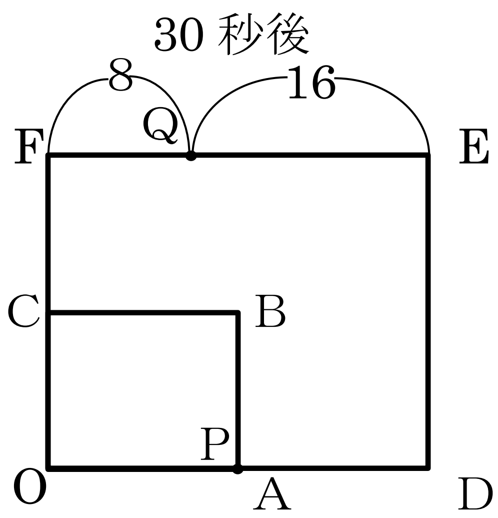
また、点Ｐは毎秒２㎝、点Ｑが辺ＥＤ上を進む速さは毎秒３㎝なので、進んだ長さも２：３になります。よってＰＡとＱＥの長さ比も２：３になります。すると③＋④＝24 ㎝になります。　⑦＝24 ㎝

① $=\frac{24}{7}$になります。　　この動きは６秒後からの動きなので$\frac{24}{7}+6=\frac{66}{7}$

答え$\frac{66}{7}$秒後

⑵ 《解説》

この問題は一直線に並ぶタイミングが ２ 周目だということに気付けるかで明暗が分かれます。Ｏ、Ｐ、Ｑが一直線上に並ぶのは、点Ｐが辺ＡＢ上、点Ｑが辺ＥＤ上にあるときだけです。それではこれを踏まえて解いていきます。

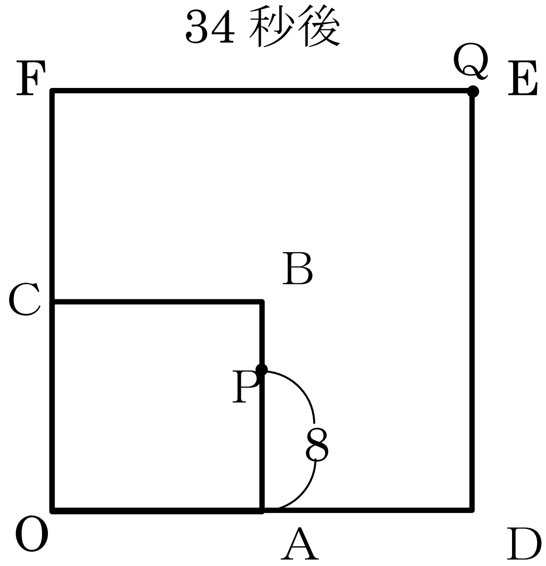


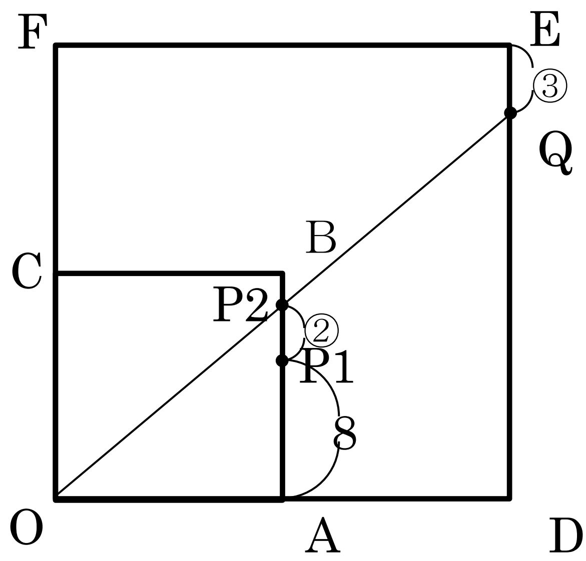
まず、点Ｐが点Ａを２度目に通過するのは、12×5÷2＝30 秒後です。30 秒後

の時点で、点Ｑは下図のようにＦＥ上の点Ｆから８㎝の位置にあります。

そして点Ｑが点Ｅに到着するまで16÷4＝4秒間かかります。

またその間に点Ｐは点Ａから８㎝の位置まで進みます。これが下図です。





点Ｑは辺ＥＤ上では毎秒３㎝で進みます。点Ｐは常に毎秒２㎝で進むので２点が一直線上に並ぶまでに進む距離の比は点Ｐ：点Ｑ＝2 : 3となります。ＯＡ：ＯＤ＝1：2なので三角形の相似によりＡＰ：ＤＱ＝1：2になります。

よって②＋8 : 24－③＝1：2になります。

内項の積と外項の積は等しいので、④＋16＝24－③

これを解いて、①＝$\frac{8}{7}$

よって点Ｑが点Ｅを通過してから点ＰＱＯが一直線に並ぶまで$\frac{8}{7}$秒かかったことになります。

よって$\frac{8}{7}$＋34＝35$\frac{1}{7}$または$\frac{246}{7}$秒後となります

答え 35$\frac{1}{7}$または$\frac{246}{7}$秒後

$\boxed{6}$思考問題

《解説》

この問題はわかると 3 問正解は絶対にできますが、わからないと苦しみます。

まず、文章中から大事な情報を抜き取ります。タイルを敷き詰めるとき、敷き詰めたタイルの内角の一角の合計が 360 度になればきれいに敷き詰まります。この情報は 1 回目のＢ君の発言から集めた情報です。

よってまず選択肢にある形の内角の一角を求め記しておきます。

ア 60 度　イ 90 度　ウ 108 度　エ 120 度　オ$\frac{900}{7}$度

カ 135 度　キ 140 度　ク 144 度　ケ$\frac{1620}{11}$度　コ 150 度

サ$\frac{1980}{13}$度　シ$\frac{1080}{7}$度　ス 156 度

⑴ この問題は 1 種類のタイルで 360 度を作れるタイルすなわち上記の数の中から 360 の約数を探すということです。上記の数の中で 360 の約数は、ア、イ、エのみです。問題中でア、イは書いてあるので答えはエです。

⑵今度は正三角形 1 枚と、あるタイル 2 枚で 360 度を作るので、

360－60＝300 度　　300÷2＝150 度　よってコが答えです。

⑶最後は正方形のタイル 1 枚とあるタイル 2 枚で 360 度を作ります。

360－90＝270　270÷2＝135 度　よって答えはカです。