

※二人一組になって、じゃんけんで順番を決め、  
以下のゲームの対戦をしましょう！  
相手がいない場合は、一人二役でいきましょう！

① ゲーム1

先手は、2、3、5、7、9のうち好きな数を一つ選び後手に渡します。後手は、渡された数に2、3、5、7、9のうち好きな数を一つ選び、渡された数にかけます。そして、得た結果が200以下ならば、先手に渡します。  
次に、先手も同じことをします。これを繰り返していき、最初に200を超えた人が勝ちです。  
同じ数を何度使っても構いません。

② ゲーム1について

(1) 何回か対戦をしてみて、気づいたことを何でもいいので挙げてみましょう。

(2) 実は、このゲームはある戦略に従うと、先手必勝か、後手必勝かのどちらかになります。どちらでしょうか？

(あなたの答え)

このゲームは、\_\_\_\_\_ 必勝である。

(3) (2)で選んだ答えが、なぜそうなるのか説明しましょう。

**解説**

逆方向から考えると見えてくる。

自分の手番に23以上で回ってきたら、9をかけて勝ち。

( $23 \times 9 = 207$ なので)

よって、自分に23以上の数が回ってくるしかない状況を作ろうと考える。

つまり、その前の手番の相手に12以上22以下の数を

回せばよい。この時、相手は24以上198以下の範囲の数を相手、つまり自分に回すことになる。詳細は以下。

先手は最初、2、3、5、7、9の好きな数を選べる。

ここで、後手は回ってきた数が、

2の場合は9をかけて、相手は18、

3の場合は7をかけて、相手は21、

5の場合は3をかけて、相手は15、

7の場合は3をかけて、相手は21、

9の場合は2をかけて、相手は18、

つまり、先手に必ず12以上22以下の数を回すことができる。

すると、先手は2、3、5、7、9のいずれの数をかけても

24以上198以下の数を相手(つまり自分)に回すことになる。

すると、後手は9をかけて勝ちとなる。

したがって、後手必勝となる。

※以下のゲームもとりあえず何回か対戦しましょう！

### ③ ゲーム 2

36からスタートします。

まず、先手は36から、その数の好きな約数を引き、得た数を後手に渡します。後手は渡された数から、その数の好きな約数を引いて、得た数を先手に渡します。これを繰り返していき、最初に0になった人が負けです。

もちろん、約数として1を使うこともできます。

### ④ ゲーム 2 について

- (1) 何回か対戦をしてみて、気づいたことを何でもいいので挙げてみましょう。

- (2) 実は、このゲームはある戦略に従うと、先手必勝か、後手必勝かのどちらかになります。どちらでしょうか？

(あなたの答え)

このゲームは、\_\_\_\_\_ 必勝である。

- (3) (2)で選んだ答えが、なぜそうなるのか説明しましょう。

#### 解説

偶数の場合は、約数である1を引いて、必ず奇数を相手に渡せることができます。一方、奇数の場合はその約数はもちろん奇数なので、相手に必ず偶数を渡すこととなります。(奇数-奇数=偶数なので)

ゲーム2は、最初の数が36(偶数)なので、先手は必ず奇数を相手に渡すことができ、後手は必ず偶数を先手に渡すこととなります。これを繰り返していくと、いつかは先手に渡される数は2となり、約数の1を引いて後手は1を受け取り、1を引くしかなく、0となって後手は負けとなる。